

Zur Erklärung der Energiebreite der Kern- γ -Resonanzen

K. WILDERMUTH

Aus dem Institut für Theoretische Physik der Universität München

(Z. Naturforschg. 10a, 447—450 [1955]; eingegangen am 14. April 1955)

Es wird gezeigt, daß im Rahmen des Jensen-Steinwedelschen Modells die Energiebreite der Kern- γ -Resonanzen durch die Zusammenstöße der Protonen mit den Neutronen im Kern erklärt werden kann.

Jensen und Steinwedel¹ haben in Weiterführung einer Arbeit von Goldhaber und Teller² zur Erklärung der Kern- γ -Resonanzen die Dipolschwingungen im Kern herangezogen und sind dabei zu einer einigermaßen guten Übereinstimmung mit den Experimenten (20 . . . 30% zu tief) gelangt. Insbesondere wird der Verlauf der Resonanzmaximas mit dem Atomgewicht recht gut wiedergegeben. Diese Untersuchung wurde in einer Arbeit von Wild³ verfeinert. Dabei wurde insbesondere der Ladungsaustausch im Kern infolge der Austauschkräfte berücksichtigt. Es gelang dadurch, eine Übereinstimmung mit den Experimenten bis auf ungefähr 5% zu erhalten.

Sowohl bei Steinwedel und Jensen als auch bei Wild blieb dabei die Frage nach dem Zustandekommen der Dämpfungsbreite der Kern- γ -Resonanzen offen. Die zugehörige Dämpfungskonstante wurde als phänomenologische Größe in die Theorie eingeführt. Hier soll nun untersucht werden, ob die inneren Stöße der Protonen gegen die Neutronen für diese Dämpfungsbreite verantwortlich gemacht werden können. Wir beschränken uns dabei auf schwere Kerne.

Nach dem Jensen-Steinwedelschen Modell muß man sich vorstellen, daß durch die elektromagnetische Anregung der γ -Strahlung die Protonen in ihrer Gesamtheit gegen die Neutronengesamtheit schwingen. Für die rücktreibende Kraft ist dabei in erster Linie die Proton-Neutron-Asymmetrienergie verantwortlich. Da die Anregungsenergien der Kern- γ -Resonanzen in der Größenordnung von 15–30 MeV liegen, beträgt die mittlere Anregungs-

energie pro Nukleon $\sim 0,1$ MeV ($A \sim 200$) bis 1,5 MeV ($A \sim 20$). Diese Energien sind selbst bei den leichten Kernen noch viel kleiner als die kinetische Grenzenergie der Nukleonen im Fermi-Topf (~ 24 MeV). Es ist daher plausibel anzunehmen, daß die Protonen und Neutronen adiabatisch gegeneinander schwingen. D. h. erstens, die Wahrscheinlichkeit, daß durch die Wechselwirkung der Nukleonen mit der Kernoberfläche die angeregte Resonanzschwingung zerstört wird, ist viel kleiner als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Neutron mit einem Proton zusammenstößt⁴. Zweitens darf auch die Wahrscheinlichkeit für Stöße der Protonen bzw. Neutronen unter sich in erster Näherung vernachlässigt werden. Nach unserer Vorstellung wird die geordnete Dipolschwingung dadurch zerstört, daß ein Neutron der Neutronengesamtheit mit einem Proton der Protonengesamtheit zusammenstößt und beide aneinander gestreut werden. Die Lebensdauer des Dipolschwingungszustandes des Kerns wird also nicht dadurch begrenzt, daß der Kern durch Energieabgabe in einen tiefer angeregten Zustand übergeht oder zerfällt (z. B. Neutronenverdampfung⁶), sondern durch die eben erläuterten Neutron-Proton-Zusammenstöße.

Die Verhältnisse liegen hier ähnlich wie z. B. bei einem Wasserstoffmolekülion, das sich in einem Zustand befindet, bei dem das Elektron sich zu einer bestimmten Zeit t mit Sicherheit bei dem einen Proton aufhält (z. B. dargestellt durch die zugehörige Wasserstoffeigenfunktion). Die Energieunschärfe solch eines Zustandes ist dann bekanntlich bis auf einen Faktor π durch $\hbar/\Delta\tau$ gegeben, wenn $\Delta\tau$ die Zeit ist, die vergeht, bis das Elektron mit Sicherheit zum anderen Proton hinübergewandert ist.

gung über die Oberflächenschwingungen geschehen soll. Bei Reifman kommen die Energiebreiten um ungefähr einen Faktor 4 zu groß heraus. Außerdem betrachtet Reifman nur eine Einteilchenbewegung und keine Kollektivbewegung der Nukleonen.

⁵ A. Reifman, Z. Naturforschg. 8a, 502 [1953].

⁶ Die zugehörige Lebensdauer wäre ungefähr um einen Faktor 1000 zu groß.

¹ J. H. D. Jensen u. H. Steinwedel, Z. Naturforschg. 5a, 413 [1950].

² M. Goldhaber u. E. Teller, Phys. Rev. 74, 1046 [1948].

³ W. Wild, erscheint in Kürze.

⁴ Die obige Annahme steht im Gegensatz zu dem Modell von Reifman⁵, bei dem die Umwandlung der Dipolschwingung in ungeordnete Nukleonenbewe-



Die mittlere Stoßzeit für solch einen Neutron-Proton-Zusammenstoß ist daher gleich der mittleren Lebensdauer τ des Dipolschwingungszustandes. Nach der Heisenbergschen Unschärferelation ist dann die zugehörige Resonanzbreite (Energieunschärfe) der Dipolschwingung

$$\Delta E = \hbar/\tau. \quad (1)$$

Zur Berechnung der mittleren Lebensdauer τ betrachten wir die Nukleonenbewegung im Impulsraum, die darin besteht, daß die Fermi-Kugel der Protonen und die Fermi-Kugel der Neutronen im Takt der Resonanzschwingung gegeneinander verschoben werden. Der Maximalzusatzimpuls Δp , den ein Nukleon der Masse μ durch diese Schwingung erhält, ergibt sich daraus, daß die Anregungsenergie E_A gleich der maximalen kinetischen Zusatzenergie der Nukleonen (harmonische Schwingung) sein muß. Es gilt also

$$E_A = A (\Delta p)^2 / 2\mu, \quad \mu = \text{Masse eines Nukleons} \quad (2)$$

und daraus

$$\Delta p = \sqrt{2 E_A \mu / A}. \quad (2a)$$

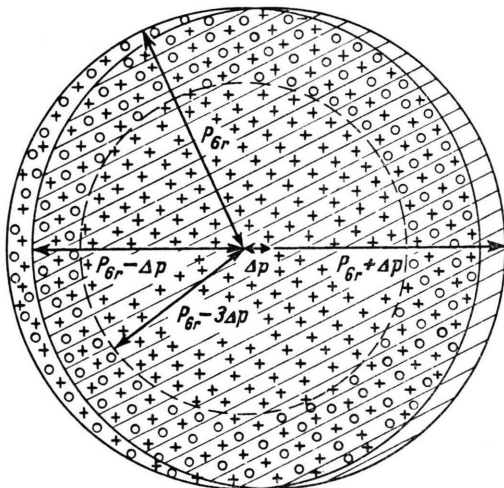


Abb. 1. Maximalverschiebung der Protonen- bzw. Neutronen-Fermi-Kugel (schraffiert) gegenüber ihrer ursprünglichen Lage (gekreuzt). Die Neutronenanzahl ist gleich der Protonenanzahl angenommen (p_{Gr} = Grenzimpuls der Fermi-Kugel).

Für Proton-Neutron-Zusammenstöße können im wesentlichen nur die Nukleonen der verschobenen Fermi-Kugel in Frage kommen, die sich außerhalb des durch den gestrichelten Kreis angedeuteten Innenteils der Fermi-Kugel befinden. Denn betrachten wir reine Zweierstöße der Protonen mit den Neutronen, so ist wegen des Maximalimpulses

$p_{Gr} + \Delta p$, den ein Randnukleon der verschobenen Fermi-Kugel besitzen kann, der größte Impuls, den z.B. ein Proton abgeben kann, $2\Delta p$, da bei größerer Impulsabgabe es in den vollständig besetzten Teil der Fermi-Kugel hineingestreut werden würde, was wegen des Pauli-Prinzips nicht möglich ist (s. Abb. 1). Da der Minimalimpuls eines Randnukleons der verschobenen Neutronen-Fermi-Kugel $p_{Gr} - \Delta p$ ist, kann durch diese Impulsabgabe ein Neutron mit dem Impuls $p_{Gr} - 3\Delta p$ gestreut werden und erhält den Endimpuls $p_{Gr} - \Delta p$. Dasselbe gilt natürlich auch umgekehrt.

Die Anzahl der Stoßprotonen bzw. Stoßneutronen ergibt sich damit zunächst zu (s. Abb. 1)

$$\begin{aligned} \Delta n &= \Delta n_P = \Delta n_N = (V/\hbar^3 3\pi^2) \{p_{Gr}^3 - (p_{Gr} - 3\Delta p)^3\} \\ &\approx (3V/\hbar^3 \pi^2) p_{Gr}^2 \Delta p = 8 (R_0^3 \mu E_{Gr}/\hbar^3 \pi) \sqrt{2 E_A \mu / A}. \end{aligned} \quad (3)$$

Hierbei ist V das Kernvolumen und $(V/3\pi^2) (p_{Gr}^3/\hbar^3)$ die Anzahl der Neutronen bzw. Protonen in einer Fermi-Kugel vom Impulsradius $p_{Gr} = (\hbar/R_0) (9\pi/8)^{1/3}$ (vgl. l. c.⁸, S. 70 u. 71).

Durch die inneren Stöße der Nukleonen wird sich im Laufe der Zeit solch eine Impuls- und Energieverteilung einstellen, daß die Nukleonen wieder in einer unverschobenen Fermi-Kugel angeordnet sind, deren Rand etwas aufgelockert ist. Zur Abschätzung der Größe dieser Randauflockerung sei angenommen, daß der Rand der aufgelockerten Fermi-Kugel [beginnend im Abstand $(p_{Gr} - 3\Delta p)$ vom Mittelpunkt] gleichmäßig mit Nukleonen angefüllt ($\circ \circ \circ \circ$) sei. Die Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände im Rand ist dann etwas kleiner als 1, aber über das gesamte Randgebiet konstant. Der Impulsradius der aufgelockerten Fermi-Kugel bestimmt sich dann daraus, daß die Gesamtzusatzenergie der Randprotonen bzw. Randneutronen, die die Nukleonen durch die Kern- γ -Anregung mitbekommen, gerade gleich $E_A/2$ sein muß. Dabei ist eine eventuelle Änderung der mittleren potentiellen Energie der Nukleonen nicht berücksichtigt. Die Rechnung ergibt, daß der Impulsradius der aufgelockerten Fermi-Kugel $p_{Gr} + \frac{1}{18} \Delta p$ ist. Die Radiusänderung gegenüber

⁷ Das ist auch mit dem Energiesatz verträglich, da für die Nukleonen am Rand der Fermi-Kugel

$$\Delta E = p_{Gr}/\mu \Delta \bar{p}$$

ist, wobei $\Delta \bar{p}$ die Impulszunahme bzw. Impulsabnahme eines Nukleons bezeichnet.

der nichtangeregten Fermi-Kugel ist also sehr klein, und wir können sie für unsere Betrachtungen daher in guter Näherung vernachlässigen.

Wie man anschaulich aus Abb. 1 ersieht, sind die Niveaus der Randzone der aufgelockerten Fermi-Kugel ($\circ \circ \circ \circ$) nicht alle frei, sondern größtenteils durch die Zustände der verschobenen Protonen- bzw. Neutronen-Fermi-Kugel überdeckt. Wie man an Abb. 1 sofort ablesen kann, ist nur der Bruchteil

$$\gamma \approx \pi p_{\text{Gr}}^2 \Delta p / 4\pi p_{\text{Gr}}^2 \cdot 3 \Delta p = 1/12 \quad (4)$$

dieser Niveaus nicht besetzt. D. h. die Streuwahrscheinlichkeit eines Protons bzw. Neutrons der Stoßnukleonen (in ein Niveau der Randzone der aufgelockerten Fermi-Kugel) wird dadurch sehr stark herabgemindert. Wir können dies dadurch näherungsweise berücksichtigen, daß wir sagen, die Anzahl der effektiven Stoßprotonen bzw. Stoßneutronen ist

$$\begin{aligned} \Delta n_{\text{eff}} &= \Delta n_{\text{p eff}} = \Delta n_{\text{n eff}} = \gamma \cdot \Delta n \\ &= \frac{2}{3} \frac{R_0^3 \mu E_{\text{Gr}}}{\hbar^3 \pi} \sqrt{2 E_{\text{A}} \mu A}. \end{aligned} \quad (5)$$

Die mittlere freie Weglänge eines Protons im Kern für die hier betrachteten Neutron-Protonzusammenstöße ist damit gegeben durch

$$\lambda = V / \sigma_{\text{NP}} \cdot \Delta n_{\text{eff}}, \quad (6)$$

σ_{NP} = Neutron-Proton-Streuquerschnitt.

Da die Geschwindigkeit der Randnukleonen im Kern gleich $\sqrt{2 E_{\text{Gr}}/\mu}$ ist, ergibt sich für die mittlere Stoßzeit dieses Protons

$$\bar{\tau} = \lambda/v = (V/\sigma_{\text{NP}}) \sqrt{\mu/2 E_{\text{Gr}}} (1/\Delta n_{\text{eff}}). \quad (7)$$

Die Lebensdauer τ des Dipolschwingungszustandes ist nun gleich der Zeit, die vergeht, bis ein Proton-Neutron-Zusammenstoß passiert. Da Δn_{eff} die Anzahl der effektiven Stoßprotonen ist, ergibt sich

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\bar{\tau}}{\Delta n_{\text{eff}}} = \frac{V}{\sigma_{\text{NP}}} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{2 E_{\text{Gr}}}} \frac{1}{(\Delta n_{\text{eff}})^2} \\ &= \frac{3}{2} \frac{\hbar^3 \cdot \pi^3}{\sigma_{\text{NP}} E_{\text{A}} R_0^3 \mu^3 E_{\text{Gr}}^2} \sqrt{\frac{\mu}{2 E_{\text{Gr}}}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Wie bereits zu Beginn erläutert, erhalten wir damit für die Resonanzbreite (Energieunschärfe der Dipolschwingung):

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{\text{NP}} R_0^3 \mu^3 E_{\text{Gr}}^2}{\hbar^5 \pi^3} \sqrt{\frac{2 E_{\text{Gr}}}{\mu}} E_{\text{A}}. \quad (9)$$

Als mittlere Schwerpunktsenergie für ein Neutron-Proton-Stoßpaar können wir

$$E_{\text{Gr}} = p_{\text{Gr}}^2/2\mu = 24 \text{ MeV}$$

(vgl. l. c.⁸, S. 71) annehmen. Nach l. c.⁸, S. 184, wird für diese Schwerpunktsenergie

$$\sigma_{\text{NP}} = 1,7 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2.$$

Damit ergibt sich, wenn wir noch $R_0 = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ setzen, (l. c.⁵, S. 11)

$$\Delta E = 0,4 \cdot E_{\text{A}}. \quad (10)$$

Durch Vergleich mit Messungen an schweren Kernen sehen wir, daß dieses Ergebnis recht gut mit der Erfahrung⁹ übereinstimmt (Tab. 1).

	E_{A} [MeV]	$\Delta E_{\text{exp.}}$ [MeV]	$\Delta E_{\text{theor.}}$ [MeV]
Au	14,2	6,3	5,7
Pb	13,7	5,3	5,5
Bi	14,2	5,4	5,7

Tab. 1.

Die Übereinstimmung ist eigentlich zu gut, da die hier gebrachte theoretische Abschätzung doch recht grob ist. Das liegt zum Teil wohl daran, daß das theoretische ΔE , wie man sich leicht überlegen kann, praktisch nicht davon abhängt, wie breit man den vorhin betrachteten Rand der Fermi-Kugel wählt. Man darf ihn nur nicht zu schmal wählen ($< \Delta p$)¹⁰.

Da E_{A} ungefähr $\sim A^{-1/2}$ geht¹, müßte man erwarten, daß ΔE zu mittleren Kernen hin etwas ansteigt. Das scheint auch der Fall zu sein, obwohl die experimentellen Messungen von ΔE noch zu ungenau sind, um darüber eine eindeutige Aussage machen zu können. Bei leichten Kernen zeigt sich experimentell, daß ΔE teilweise beträchtlich kleiner herauskommt, als es nach Gl. (10) sein müßte. Aber hier gilt unsere Betrachtung sowieso nicht mehr. Eine grobe Abschätzung zeigt, daß bei diesen Kernen wegen der Kleinheit des Phasenraumvolumens (es darf nicht mehr kontinuierlich gerechnet werden) die Energiebreiten der Kern- γ -Resonanzen kleiner herauskommen müssen, als Gl. (10) angibt (ungefähr Faktor 0,7–0,8).

⁸ W. Heisenberg u. W. Macke, Theorie des Atomkerns, Göttingen 1951.

⁹ Montalbetti, Katz u. Goldemberg, Phys. Rev. **91**, 659 [1953].

¹⁰ Die Berücksichtigung der Verschiedenheit der Neutronen- und Protonenzahl bei schweren Kernen ändert praktisch nichts am Ergebnis.

Anm. b. d. Korrr.: Zur Erläuterung der hier durchgeführten Betrachtung sei noch ergänzt, daß die Kern- γ -Anregung im Prinzip rein quantenmechanisch beschrieben wird. Die Kern- γ -Anregung kommt also dadurch zustande, daß ein γ -Quant absorbiert wird und dadurch der erste Kollektivschwingungszustand des Kerns angeregt wird (z. B. dargestellt durch Oszillatoreigenfunktionen erster Ordnung, die die Abstandswahrscheinlichkeit des Protonen- und Neutronenschwerpunkts voneinander beschreiben). Ein analoges Beispiel hierzu wäre ein bzgl. elektromagnetischer Wechselwirkung n -fach angeregter Oszillator, der z. B. bzgl. irgendeiner Stoßwechselwirkung (oder anderer

Wechselwirkung) diesen elektromagnetischen Anregungszustand als ersten Anregungszustand besitzt. Die Lebensdauer und damit die Energiebreite dieses Zustands ist dann durch die Emissionswahrscheinlichkeit eines Lichtquants in diesem Zustand bestimmt, wenn die Stoßwechselwirkung viel kleiner als die elektromagnetische Wechselwirkung ist.

Bei der Kern- γ -Anregung entspricht der Stoßwechselwirkung die γ -Wechselwirkung, der Lichtquantenemissionswahrscheinlichkeit die innere Stoßwahrscheinlichkeit der Neutronen gegen die Protonen und der emittierten Lichtquantenenergie pro Emissionsprozeß die pro Stoß erzeugte Dissipationsenergie.

Zur physikalischen Interpretation der Elektronenselbstbeschleunigung

Von K. WILDERMUTH

Aus dem Institut für Theoretische Physik der Universität München

(Z. Naturforsch. 10a, 450—459 [1955]; eingegangen am 14. April 1955)

Das punktförmige Elektron wird als Grenzfall eines Elektrons endlicher Ausdehnung betrachtet. Dadurch lassen sich die für die Elektronenbewegung maßgebenden Energieverhältnisse und die dabei auftretenden Kräfte besser durchschauen. Es wird dabei z. B. klar, daß es für das Auftreten der Selbstbeschleunigung nicht nötig ist, daß die elektromagnetische Feldenergie unendlich ist, sondern es ist nur wichtig, daß die mechanische Masse des Elektrons negativ ist.

Bekanntlich führt die Theorie des klassischen punktförmigen Elektrons dazu, daß im Rahmen dieser Theorie das Elektron unter dem Einfluß seines elektromagnetischen Eigenfeldes die Möglichkeit hat, sich selbst zu beschleunigen, wobei sich seine Geschwindigkeit immer mehr der Lichtgeschwindigkeit nähert.

Die Untersuchung dieses Verhaltens zeigt¹, daß diese Selbstbeschleunigung mit der negativen unendlichen mechanischen Masse des punktförmigen Elektrons zusammenhängt². Da in sämtlichen Arbeiten über dieses Problem von vornherein mit einem punktförmigen Elektron gerechnet wird, tauchen von Anfang an unendliche Ausdrücke auf (z. B. die elektromagnetische Feldenergie und die mechanische Masse des Elektrons), die es schwierig machen, die Energieverhältnisse und die auftretenden Kräfte richtig zu durchschauen.

Zur Klarlegung dieser Verhältnisse ist es daher vielleicht ganz nützlich, das punktförmige Elek-

tron als Grenzfall eines Modellelektrons endlicher Ausdehnung zu betrachten.

Als Modell eines Elektrons wird daher zunächst eine gleichmäßig geladene Kugel vom Radius a und der Gesamtladung e untersucht³. Es gilt dann für die Gesamtmasse des Elektrons wieder

$$m = m_{\text{mech}} + m_{\text{el}}.$$

Die Kraft, die auf das Elektron wirkt, ist nun dadurch gegeben, daß man die resultierende elektromagnetische Kraft ausrechnet, die auf die mechanische Masse des Elektrons ausgeübt wird. Hierbei setzt sich die Gesamtkraft im allgemeinen aus einer Kraftkomponente, die von einem äußeren elektromagnetischen Feld herkommt, und einer Kraftkomponente, die vom Eigenfeld des Elektrons herrührt, zusammen. An dieser Stelle kann man bereits den physikalischen Grund für die Selbstbeschleunigung deutlich erkennen. Lassen wir nämlich den Radius des Elektrons immer kleiner

¹ H. Steinwedel, Fortschritte der Physik 1, 7 [1953]. Auf diese zusammenfassende Darstellung wird in der Arbeit zumeist verwiesen. Dort findet sich ein ausführliches Literaturverzeichnis zu dem hier behandelten Problemkreis.

² Die mechanische Masse muß negativ unendlich sein, da die Gesamtmasse des Elektrons $m = m_{\text{mech}} + m_{\text{el}}$ ist, und beim punktförmigen Elektron m_{el} positiv unendlich ist.

³ Der Grund dafür, daß wir keine oberflächengeladene Kugel nehmen, besteht allein darin, daß die später benötigten Rechnungen für die Volumenladung grobenteils bereits von Herglotz⁴ durchgeführt wurden, auf die wir daher zurückgreifen können. An den physikalischen Verhältnissen ändert sich dadurch nichts.